APLICAÇÕES DA TRIGONOMETRIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA UTILIZANDO *SOFTWARE CABRI-GÉOMÈTRE* II

Cristina Ap. ZAPATA[*]
Luciana Ap. FERRAREZI[**]
Adriana Canalli dos SANTOS[***]
Kely Cristina de Oliveira COSTA[****]

RESUMO

O objetivo deste trabalho é inserir a informática no dia-a-dia da sala de aula de Matemática, especificamente, no desenvolvimento do ensino-aprendizagem da Trigonometria utilizando o *Software Cabri-Géomètre* II. Ensinar Matemática tradicionalmente configura uma tarefa difícil, por isso o uso do computador pode promover mudanças, não somente na dinâmica da sala de aula, tornando-a mais agradável, proveitosa e despertando o interesse dos alunos, mas também, necessitando de um outro perfil para o professor, agora com novos conhecimentos e ações.

PALAVRAS-CHAVE: Trigonometria. Geometria. Informática. Cabri-Géomètre II.

INTRODUÇÃO

Num país com grandes diferenças econômicas, sociais e culturais, como o Brasil, a política nacional de formação de professores não deve ser uma simples indicação de rumos. É preciso ultrapassar esse limite e tentar estabelecer normas gerais sem que se conduza à formulação de um modelo abstrato inviável face à complexidade e à diversidade do contexto nacional.

Acreditamos que uma das possíveis respostas para esse desafio, apresentado a partir das necessidades dos professores, seja a aproximação entre as propostas de educação continuada e a apropriação pelos professores no cotidiano da sala de aula.

Embora os computadores ainda não estejam amplamente disponíveis para a maioria das escolas públicas, eles já começam a integrar muitas experiências educacionais, prevendo a utilização em maior escala e em curto prazo. Isso traz como pré-requisito a necessidade de incorporação de propostas de estudos tanto na formação inicial, como na formação continuada do professor da Escola Básica, seja para uma utilização ampla ou para conhecimento e análise de softwares educacionais. O professor passa a ser visto como um produtor de saberes que, se compartilhados sistematicamente, contribuem para a (re)significação da prática pedagógica (Tardif, 2002).

[*] Mestre em Matemática Aplica e Computacional -UNESP Rio Preto. Docente do IMES-FAFICA Catanduva e FATEB-Birigui. E-mail: cristina@vicenzzo.com.br.
[**] Mestre em Educação Matemática – UNESP Rio Claro. Doutoranda da FCLAr UNESP Araraquara – Programa de Educação Escolar. Docente da FATEC Taquaritinga e IMES-FAFICA Catanduva. E-mail: luaferrarezi@hotmail.com
[***] Aluna da Licenciatura Plena em Matemática FATEB-Birigui. E-mail: adricanalli@gmail.com
[****] Aluna da Licenciatura Plena em Matemática FATEB-Birigui. E-mail: kely_oliveira@ig.com.br

Inicialmente, levaremos em consideração a importância do uso do computador como uma ferramenta de apoio para o ensino da Matemática, apresentando detalhadamente os conceitos do uso do software *Cabri-Géomètre* II, que permite ao aluno a possibilidade de visualizar, experimentar, construir, colorir e movimentar as formas geométricas. Em seguida, apresentaremos as aplicações da trigonometria em duas de formas de resolução: a resolução analítica e a resolução com uso do software passo a passo com o uso do *software*.

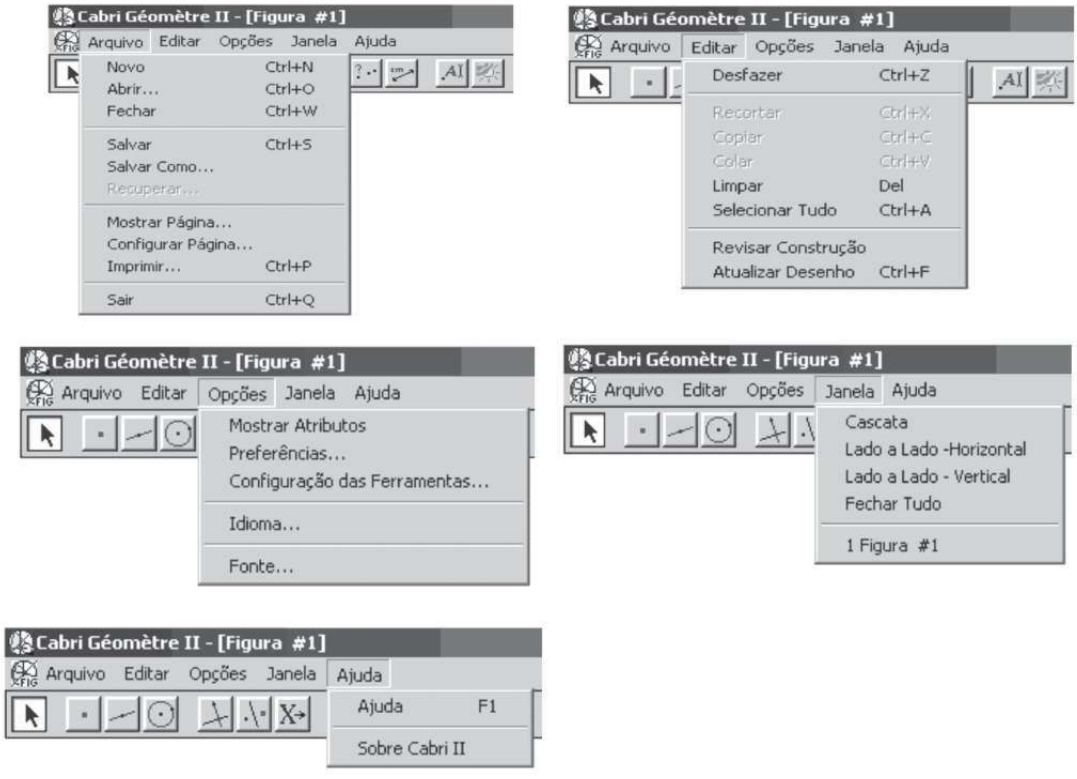
1. SOFTWARE CABRI-GÉOMÈTRE II

A palavra Cabri é a abreviatura de *Cahier de Brouillon Interactif* (caderno de resumo interativo). Este programa foi desenvolvido por Jean-Marie Laborde e Franck Bellemain no Institute d´Informatique et Mathématiques Appliquées de Grenoble na Universidade Josep Fourier em Grenoble, França. Cabri-Géomètre II é a marca registrada da Universidade Josep Fourier, e pode ser adquirido no site www.cabri.com.br.

Dentre suas principais características podemos enumerar a construção de figuras geométricas e sua deformação mantendo as propriedades, a criação de novas funções (macro-construções) e adicioná-las a barra de menu, a sua excelente interface e a facilidade de manuseio.

1.2 Conhecendo o programa

A tela do *Cabri-Géomètre* funciona como uma folha grande de caderno de desenho, na qual podemos desenhar objetos geométricos e interagir com as figuras. A barra de menu é semelhante ao Microsoft Office (por exemplo, o Microsoft Word). A barra de ferramentas aparece como seguem as figuras:

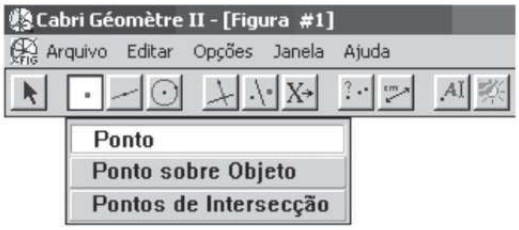


Enumerando as janelas da barra de ferramentas do Cabri-Géomètre II de 1 a 11, da esquerda para a direita, temos:

JANELA1: PONTEIRO



JANELA 2: PONTOS



JANELA 3: RETAS



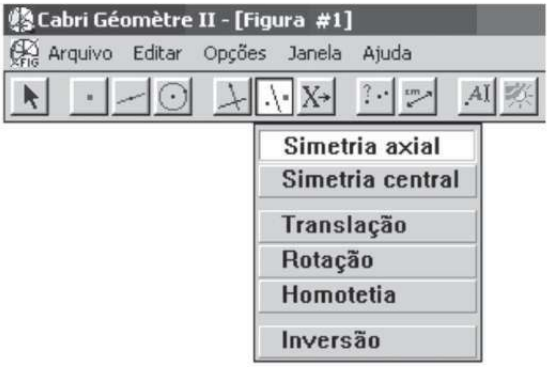
JANELA 4: CURVAS



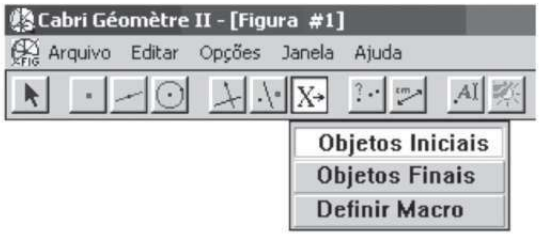
JANELA 5: CONSTRUIR



JANELA 6: TRANSFORMAR



JANELA 7: MACRO



JANELA 8: PROPRIEDADE



JANELA 9: MEDIR



JANELA 10: EXIBIR



JANELA 11: DESENHAR



Para abrir o menu de cada uma das janelas, basta clicar na opção desejada. A escolha é feita com o movimento do mouse deixando a sua escolha com uma cor mais clara, soltando o botão do mouse à escolha é concluída.

2. APLICAÇÕES

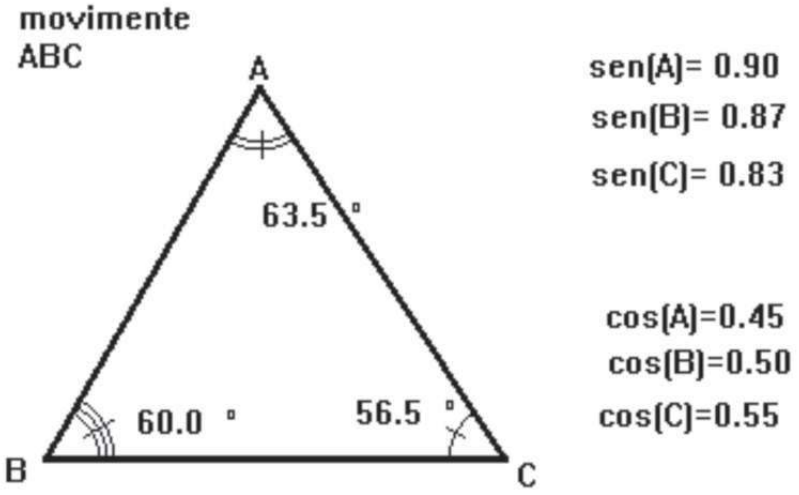
As aplicações apresentadas envolvem as **funções seno, cosseno, tangente e a fórmula fundamental**, com o objetivo de verificar seus valores através de um triângulo retângulo. A seguir, apresentamos passo-a-passo, como desenvolver as atividades, para determinação dos valores de seno e cosseno.

Para as funções seno e cosseno selecionamos a opção **"triângulo" (janela 3)** e criamos um triângulo **ABC.** Em seguida, selecionamos a opção **"marca de ângulo" (janela 10)** e marcamos os ângulos internos do triângulo. Para marcarmos o ângulo, é necessário que o vértice do ângulo seja sempre o segundo ponto clicado. Podemos mudar o tipo de marca de ângulo, selecionando **"opções"** da barra de ferramentas e depois **"mostrar atributos".** Essa opção resultará o aparecimento de uma barra no canto esquerdo da tela com vários atributos. A marca de ângulo está na 5º posição. Selecionamos a opção **"ponteiro" (janela 1)** e clicamos sobre a marca de ângulo que desejamos alterar, depois escolhemos na barra de atributos a marca desejada.

Selecionamos a opção **"ângulo" (janela 9),** e medimos os ângulos internos, com a opção **"distância e comprimento**" **(janela 9).** Assim, medimos os segmentos **AB, AC** e **BC,** clicando sobre os vértices do triângulo que determinam o segmento.

Em seguida, selecionamos a opção **"calculadora" (janela 9),** e clicamos em **"sin",** sobre o ângulo cujo vértice é **A**, fechamos os parênteses, e no visor da calculadora, teremos **sin(a).** Clicamos sobre "=", arrastamos para a tela e editamos o resultado da seguinte forma: **"sen(A)=...".** De forma análoga, determinamos o valor do seno para os vértices **B** e **C.**

Para determinarmos o valor do cosseno, selecionamos a opção "**calculadora" (janela 8).** Clicamos em **"cos",** sobre o ângulo cujo vértice é **A**, fechamos os parênteses, com isso, teremos no visor da calculadora: **cos(a),** clicamos sobre "=", arrastamos para a tela e editamos o resultado da seguinte forma: "**cos (A)=...".** De forma análoga, determinamos o valor do cosseno para os vértices **B** e **C.**

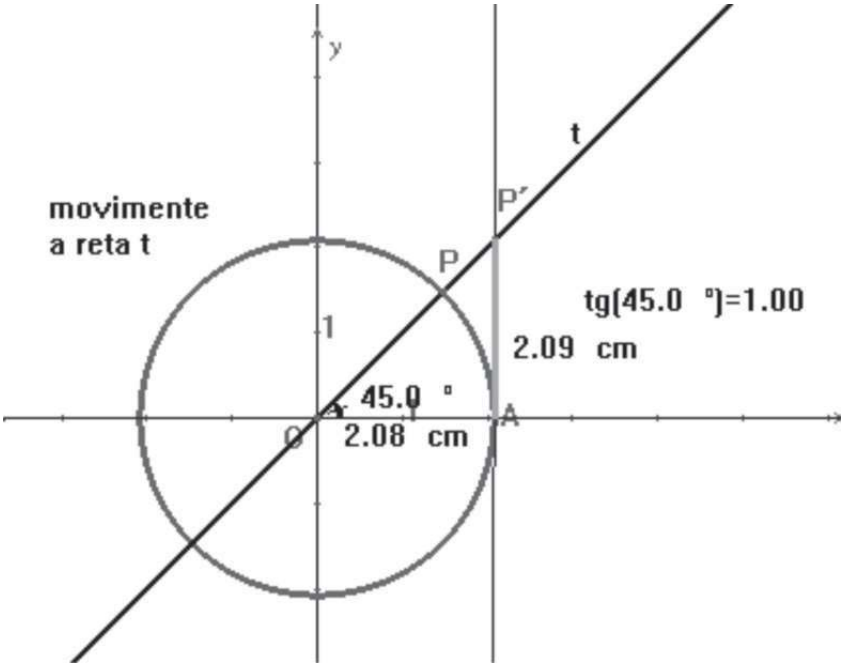


Dando continuidade, vamos desenvolver a seguir as atividades para determinarmos os valores da tangente.

Começamos com "**mostrar eixos" (janela 11)**. Em seguida, rotulamos o ponto de origem O. Construímos um círculo de raio 3 usando a opção **"círculo" (janela 4).** Rotulamos o ponto A na reta x. Com a opção **"reta" (janela 3)**, construímos uma reta que passa pela origem O e um ponto P sobre o círculo.

Em seguida, fazemos uma marca de ângulo AOP e construímos uma **"reta perpendicular" (janela 5)** ao eixo Oy pelo ponto A, logo após, obtemos o **"ponto de intersecção" (janela 2)** e rotulamos com P´.

Para achar o valor de AP, construímos um **"segmento" (janela 3)**, segmento AP´, e com a opção **"calculadora" (janela 9)**, calculamos **"tan"** do ângulo AOP "=" , arrastando para tela e editando tg (clique na numeração do ângulo AOP).



Usando as medidas do triângulo AÔP´ calcule a tangente de 45º: $tg45º = \frac{2,09}{2,08} \Rightarrow tg45º = 1$.

Devido à importância da fórmula fundamental no contexto da trigonometria, temos como objetivo, a seguir, apresentarmos como determinamos seno, cosseno, tangente através, das respectivas fórmulas e a determinação da relação fundamental $sen^2x+cos^2x = 1$.

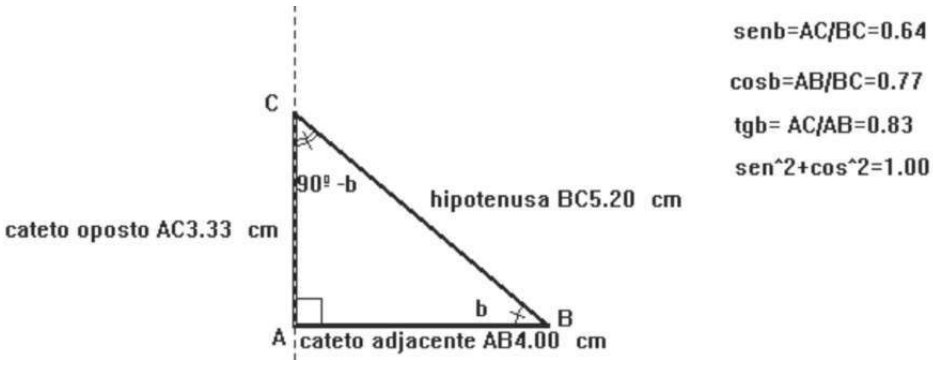
Inicialmente, construímos, um **segmento (janela1)** AB, em seguida, pelo vértice A construímos uma "**reta perpendicular" (janela 5)** ao segmento AB. Com a opção **"triângulo" (janela 3)**, construímos um triângulo retângulo CAB clicando sobre o ponto C da reta perpendicular a AB. Depois sobre o ponto A e finalmente sobre o ponto B.

Com **"distância e comprimento" (janela 9)**, calculamos as distâncias entre os vértices do triângulo CAB. Editamos com o ponteiro "a=", "b=" e "c=", respectivamente as medidas correspondentes aos lados opostos aos ângulos A, B, C.

Para marcarmos os ângulos nos vértices do triângulo, clicamos **"marca de ângulo" (janela 10)** e modificamos com a opção **"modificar aparência" (janela 11)**. Calculamos as medidas dos "**ângulos" (janela 9).**

Com **"calculadora" (janela 9),** calculamos as expressões anteriores e inserimos os resultados nas expressões, editando os textos com o ponteiro. Procedemos da seguinte forma: transportamos os resultados para a área de trabalho, clique duas vezes sobre o texto para abrir a caixa de edição, localizemos o cursor na posição onde desejamos, inserimos o valor e então clicamos com o mouse nos valores correspondentes.

Assim, podemos manipule o triângulo pelos vértices e verificarmos que a relação fundamental "(AC/BC)^2+ (AB/BC)^2=1" permanece invariante.



Usando as medidas dos triângulos e com o uso das fórmulas seno, cosseno e tangente, e com os valores obtidos aplicamos a fórmula sen 2 + cos 2 = 1.

$$senb = \frac{3,33}{5,14} \Rightarrow senb = 0,64 \qquad \cos b = \frac{3,92}{5,14} \Rightarrow \cos b = 0,77$$

$$tg\ b = \frac{3,33}{3,92} \Rightarrow tg\ b = 0,83 \qquad sen^2 + \cos^2 = 1 \Rightarrow 0,64^2 + 0,77^2 = 1$$

$$\Rightarrow 0,41 + 0,59 = 1 \Rightarrow 1 = 1$$

Nosso objetivo a seguir, é verificar a propriedade: "Lei dos senos" e "Lei dos Cossenos"– para todo triângulo, as medidas dos lados são proporcionais aos senos dos ângulos oposto.

Então, selecionamos a opção **"triângulo" (janela 3)** e criamos um triângulo **ABC.** Após isso, selecionamos a opção **"marca de ângulo" (janela 10)** e marcamos os ângulos internos do triângulo.

Observações:

1. Para marcar o ângulo, lembre-se de que o vértice do ângulo será sempre o segundo ponto clicado.

2. Você pode mudar o tipo de marca de ângulo. Para fazer isso, selecione **"opções"** da barra de ferramentas e depois **"mostrar atributos".** Isso resultará, no aparecimento de uma barra no canto esquerdo da tela com vários atributos. A marca de ângulo está na 5º posição. Então, selecionamos a opção **"ponteiro" (janela 1)** e clicamos sobre a marca de ângulo que desejamos alterar, depois escolhemos na barra de atributos a marca desejada.

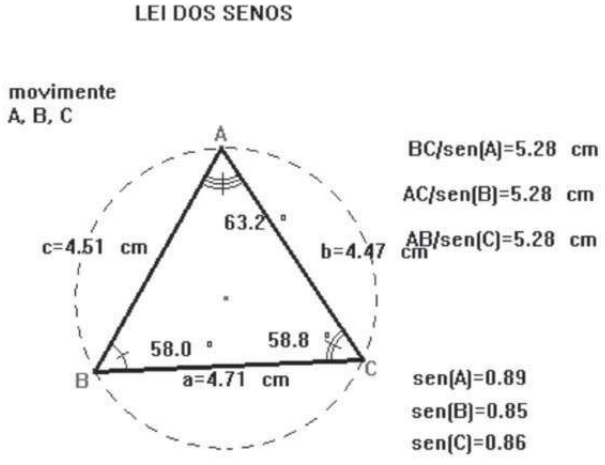
Selecionamos a opção **"ângulo" (janela 9)** e medimos os ângulos internos. Em seguida, selecionamos a opção **"distância e comprimento" (janela 9)** e medimos os segmentos **AB, AC** e **BC.** Faremos isso, clicando sobre os vértices do triangulo que determinam o segmento.

Selecionamos a opção **"calculadora" (janela 9).** Clicamos em **"sin",** sobre o ângulo cujo vértice é **A** e fechamos os parênteses. Ao final, aparecerá no visor da calculadora: **sin(a).** Clicamos então, sobre "=", arrastamos para a tela e editamos o resultado da seguinte forma: **"sen(A)=...".** Repetimos os mesmos passos para os vértices **B** e **C.**

Selecionamos a opção **"calculadora" (janela 9).** Clicamos sobre o valor da medida do segmento **BC.** A seguir, clicamos em "/" e sobre a medida do **sen($\hat{A}$).** Ao final, aparecerá no visor da calculadora: **a/b.** Clicamos em "=", arrastamos o resultado para tela e editamos o resultado da seguinte forma: **"a/sen(A)=...".**

Seguindo os mesmos passos, do parágrafo anterior, para o segmento **AC**, para **sen($\hat{B}$)** , e em seguida para o segmento **AB,** para **sen($\hat{C}$)** . Movimentando o vértice do triângulo, observamos os resultados.

Agora, para a construção do círculo que circunscreve o triângulo. Primeiramente, achamos o centro desse círculo. Selecionamos a opção **"mediatriz" (janela 5)** e clicamos sobre dois lados do triângulo. Selecionamos a opção **"ponto de intersecção" (janela 2)** e marcamos a intersecção das duas mediatrizes. Em seguida, selecionamos a opção **"rótulo" (janela 11)** e rotulamos a intersecção de **C´.** Selecionamos a opção **"circunferência" (janela 4)** e criamos uma circunferência com c. Entrando em **C´**, passando por **A,** selecionamos a opção **"ponto de intersecção" (janela 2)** e marcamos as duas intersecções de uma mediatriz com a circunferência. Rotulamos estas intersecções de **R** e **P.** Selecionamos a opção **"segmento" (janela 3)** e criamos o segmento com extremos em **R** e **P** (observamos que esse segmento é o diâmetro do círculo). Selecionamos a opção **"esconder/mostrar" (janela 11)** e escondemos as mediatrizes.



No triângulo acima temos o valor de a, b, c, sabendo que $sen63.2^{o} = 0,892585519$, $sen58^{o} = 0,848048096$ e $sen58,8^{o} = 0,85536426$ use o teorema da Lei de Senos, para comprovar a fórmula.

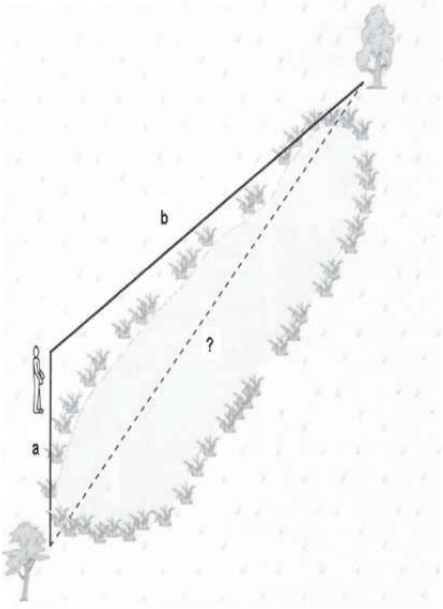
$$\frac{a}{sen(A)} = \frac{b}{sen(B)} = \frac{c}{sen(C)} \rightarrow \frac{4.71}{sen63.2^{o}} = \frac{4,47}{sen58^{o}} = \frac{4,51}{sen58,8}$$

$$\frac{4,71}{0,892585519} = \frac{4,47}{0,848048096} = \frac{4,51}{0,85536426} \rightarrow 5,276809529 = 5,27089227464 = 5,272607485$$

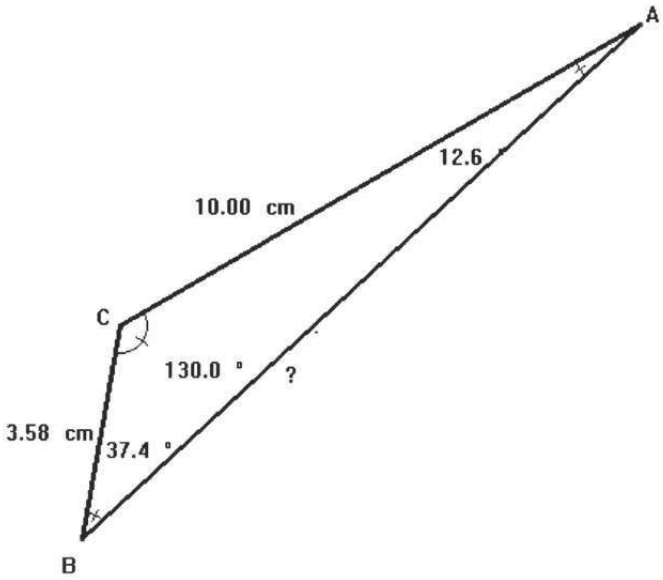
$$5,28cm \cong 5,28cm \cong 5,28cm$$

Analisando a seguinte situação problema: Duas árvores localizam-se em lados opostos de um lago. O ângulo entre as linhas de visão de um observador que as vê é de 130º e ângulo formado, por uma das linhas e a linha que une as árvores é de 37,4º. Sabendo que b=10cm e a=3,58cm, qual é a distância entre as árvores? Adote sen37,4º=0,61, sen130º=0,77 e sen12,6º=0,22.

Realidade



Modelo Matemático

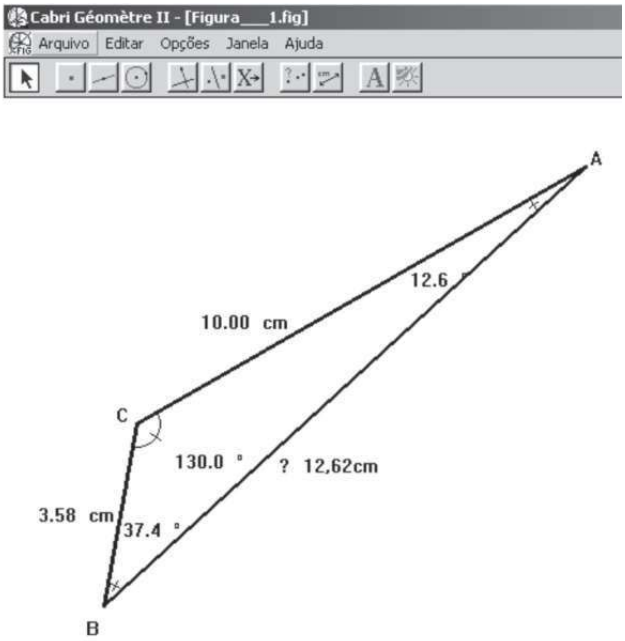


Resolução Analítica

Pela Lei dos Senos, temos:

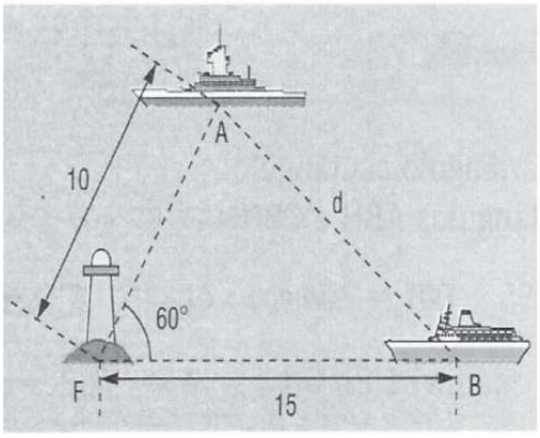
$$\frac{10}{sen37,4^{o}} = \frac{x}{sen130^{o}} \Rightarrow \frac{10}{0,61} = \frac{x}{0,77} \Rightarrow 0,61x = 10 \cdot 0,77 \Rightarrow x = \frac{7,7}{0,61} \Rightarrow x = 12,62cm$$

Resolução pelo Cabri-Géomètre II

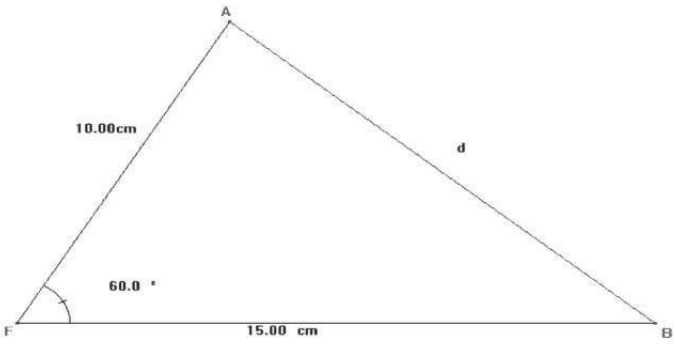


Para lei dos Cossenos, analisamos a seguinte situação problema: Um navio se encontra num ponto A, distante 10 milhas de um farol F. No mesmo instante, outro navio se encontra num ponto B distante 15 milhas do farol, de tal modo que o ângulo $A\hat{F}B = 60º$. Qual é a distância entre os dois navios nesse instante?

Realidade



Modelo Matemático



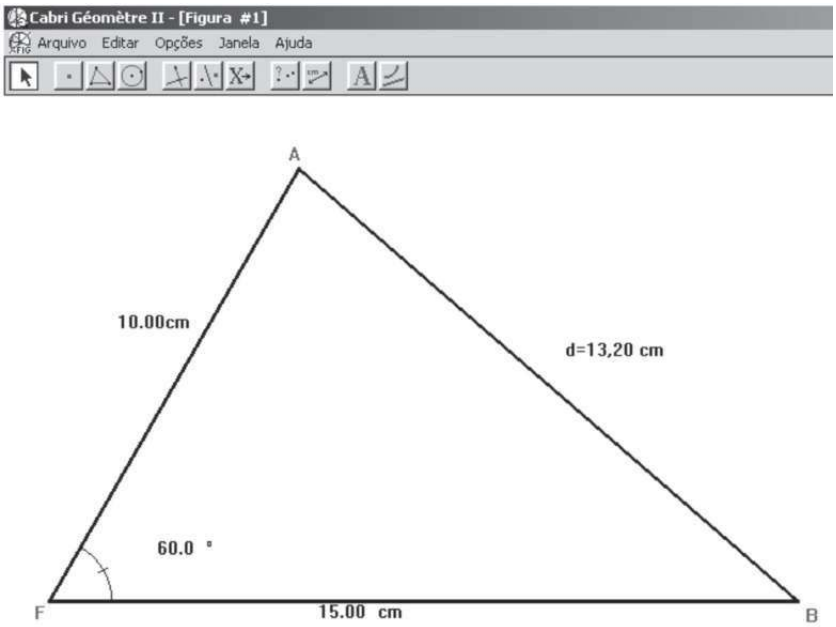
Resolução Analítica

Pela lei dos cossenos, temos:

$$d^2 = 10^2 + 15^2 - 2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot \cos 60º = 100 + 225 - 300 \cdot 0,5 = 175 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow d = \sqrt{175} = 5\sqrt{7} \cong 5 \cdot 2,64 = 13,20\, milhas$$

A distância entre os navios é de 13,20 milhas.

Resolução pelo Cabri-Géomètre II



CONCLUSÃO

Diante do exposto, a nossa busca é tornar a Matemática uma disciplina que ultrapasse a abordagem tradicional fazendo com os alunos percebam a importância de aprender os conceitos matemáticos, visto que a oferta de ensino apresenta dificuldades em cumprir seus propósitos formativos uma vez os processos organizacionais e pedagógicos já não respondem com eficácia às necessidades que surgem pelas demandas da Educação e a necessidade de se investir com regularidade na formação continuada dos professores que, acreditamos, que deva ser sistemática e permanente.

A formação apenas na graduação, por seu caráter inicial, embora contribua sobremaneira na estruturação de um conjunto de concepções a respeito do conhecimento e dos processos de ensino e aprendizagem e, assim, influencie diretamente as atividades práticas do professor, não é suficiente para lidar com o fato de o professor viver cercado de contingências, de solicitações variadas que requerem o seu constante preparo e atualização para que lidar com as necessidades postas.

Nossa tentativa foi de compreender, nesse momento, as exigências da formação de professores de Matemática, especificamente, com relação ao ensino da geometria, discutindo questões da trigonometria que possam contribuir para uma melhor conscientização das suas necessidades práticas e teóricas.

ABSTRACT

The objective of this work is to insert the informatics in the day by day of the classroom of Mathematics, specifically, in the development of the teaching-learning of the Trigonometry, using the Software Cabri-Géomètre II. Teaching Mathematics traditionally configures a difficult task, therefore the use of the computer can promote changes, not only in the dynamics of the classroom, becoming it more

pleasant, profitable and waking up the students' interest, but also, needing another profile for the teacher, now with new knowledge and actions.

KEYWORDS: *Trigonometry. Geometry. Informatics. Cabri-Géomètre II.*

REFERÊNCIAS

ANTUNES, F. C. *Matemática por assunto:* Trigonometria. São Paulo: Scipione, 1989.
BALDIN, Y. Y., VILLAGRA, G. A. L. *Atividades Cabri-Géométre II.* São Carlos: EdUFSCar, 2002.
BUCCHI, P. *Curso Prático de Matemática.* Vol I, II e III. São Paulo: Moderna, 2004.
DANTE, L. R. *Matemática Contexto & Aplicações.* Volume único. 1ª Ed. São Paulo: Ática, 2001.
GUEDJ, D. *O teorema do papagaio.* São Paulo: Companhia das Lelis, 1999. 502 p.
IEZZI, G. *Fundamentos de Matemática Elementar.* Vol 3. São Paulo: Atual, 2002.
NÓBRIGA, J. C. C. *Aprendendo Matemática com o Cabri-Géomètre II.* Vol 1, 2. Brasília: do Autor, 2003.
NÓVOA, A. (Org.) *Os professores e sua formação.* Lisboa, Portugal: Publicações Dom Quixote, 1992.
PONTE, J.P. *O desenvolvimento profissional do professor de matemática.* Quadrante, 3(1), 3-17, 1994.
TARDIF, M. *Saberes docentes e formação profissional.* Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.